



Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW e. V.
22. Landeswettbewerb 2016 in Dortmund
3. Runde der 55. Mathematikolympiade
Aufgaben der Klasse 8



Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

Aufgabe 1:

Peter hat zu seiner Geburtstagsfeier 7 Freunde eingeladen und ein Spiel vorbereitet:

In einem Topf befinden sich 8 Lose mit den Nummern 1 bis 8. Gespielt wird mit einem roten und einem blauen Würfel. Beide ideale Würfel sind mit den Augenzahlen von 1 bis 6 beschriftet.

Jeder Spieler erhält genau eines der acht Lose aus dem Topf und schaut sich die Nummer auf dem Los an. Dann wählt er aus den Rechenoperationen Addition und Multiplikation eine aus. Danach wirft er mit den beiden Würfeln und berechnet aus den beiden Augenzahlen mit der gewählten Rechenoperation eine Zahl. Wenn die so berechnete Zahl mit seiner Losnummer übereinstimmt, erhält er einen Preis.

- Ermittle für jede der acht Losnummern, welche der beiden Rechenoperationen der Spieler wählen sollte, damit seine Chance auf einen Preis möglichst groß wird.
- Als Geburtstagskind darf Peter seine Losnummer frei wählen. Welche Nummer würdest du ihm empfehlen? Begründe deine Empfehlung.

Aufgabe 2:

Nach einem Einkauf zählt Herr Sparfuchs den verbliebenen Geldbetrag in seinem Portemonnaie. Er stellt erstaunt fest, dass er genau die Hälfte seines Geldes ausgegeben hat und dass der Geldbetrag jetzt genau so viele Cent wie vorher Euro und halb so viele Euro wie vorher Cent angibt.

Begründe, dass man aus diesen Angaben eindeutig den Geldbetrag in Euro und Cent ermitteln kann, welchen Herr Sparfuchs nach dem Einkauf in seinem Portemonnaie hat, und gib diesen Geldbetrag an.

Aufgabe 3:

Ermittle alle positiven ganzzahligen Lösungen der Ungleichung

$$\frac{1}{n-3} + \frac{1}{n-6} < \frac{1}{n-2} + \frac{1}{n-7}.$$

Aufgabe 4:

Wir betrachten ein Siebeneck $ABCDEFG$ mit folgenden Eigenschaften:

- Die Eckpunkte A, B, \dots, G liegen in dieser Reihenfolge auf einem Kreis.
- Die Seiten des Siebenecks sind gleich lang.

- Berechne die Größen der Innenwinkel des Siebenecks.
- Beweise, dass das Viereck $BCFG$ ein gleichschenkliges Trapez ist, und berechne die Größen der Innenwinkel des Trapezes $BCFG$.
- Berechne die Größen der Innenwinkel des Dreiecks ADE .