



Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW e. V.  
22. Landeswettbewerb 2016 in Dortmund  
3. Runde der 55. Mathematikolympiade  
Aufgaben der Klasse 6

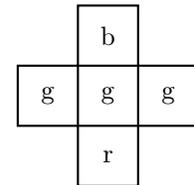


Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

**Aufgabe 1:**

Gegeben sind gleich große, quadratische Spielsteine in den Farben blau, gelb und rot.

Aus je fünf dieser Steine sollen jetzt kreuzförmige Muster gelegt werden. Dies kann zum Beispiel so aussehen:

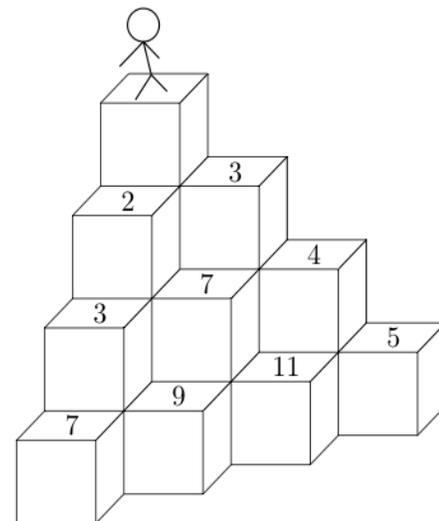


Zwei Muster sollen gleich sein, wenn man sie durch eine Drehung ineinander überführen kann.

- Wir verwenden zunächst nur zwei rote und drei blaue Steine. Zeichne alle verschiedenen Muster, die es gibt.
- Jetzt verwenden wir fünf rote und fünf blaue Steine. Es werden wieder kreuzförmige Muster aus fünf Steinen gebildet. Es gibt dann 12 unterschiedliche Muster. Dies sollst du in dieser Aufgabe begründen. Dabei darfst du aber keine Zeichnung verwenden. Überlege dir, wie du die Muster sortieren willst und welche unterschiedlichen Möglichkeiten du zusammenfasst, um einen guten Überblick zu bekommen.
- Jetzt verwenden wir drei blaue, drei rote und drei gelbe Steine. In den kreuzförmigen Mustern aus fünf Steinen sollen jeweils genau zwei Farben vorkommen. Weise wiederum ohne Zeichnung nach, dass es unter diesen Bedingungen 18 verschiedene Muster gibt.

**Aufgabe 2:**

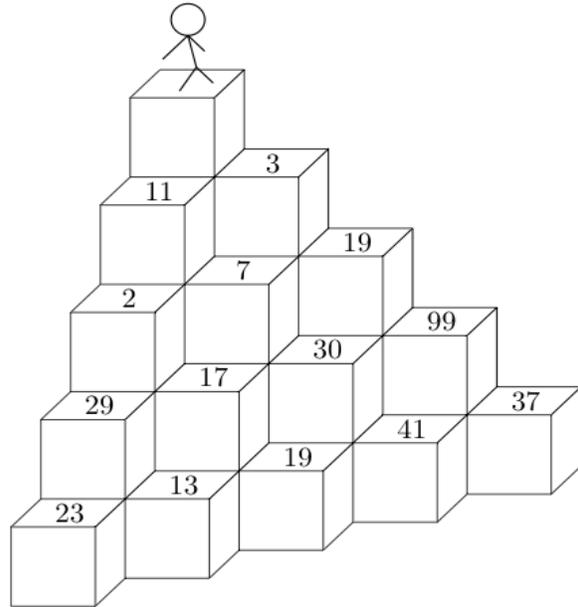
Das Männchen steht auf der obersten Stufe einer Würfeltreppe und hopst hinunter, wobei es immer von einem Würfel auf einen der beiden darunterliegenden springen kann. Zum Beispiel könnte das Männchen die Zahlenfolge 2 – 3 – 9 hopsen. Das Männchen multipliziert beim Hinunterspringen die Zahlen seines Weges miteinander. In dem genannten Beispiel würde es  $2 \cdot 3 \cdot 9 = 54$  als Ergebnis erhalten.



- Begründe, dass alle Produkte, die das Männchen auf dieser Würfeltreppe erhopsen kann, gerade oder durch drei teilbar sind.
- Ist unter den Produkten auch eines, das sich nicht durch 3 teilen lässt? Falls ein solches Produkt existiert, gib die Faktoren an, die das Männchen auf seinem Weg multiplizieren muss.
- Das Männchen möchte ein Ergebnis erhalten, das ungerade ist. Welche der Würfel muss es beim Hinunterhopsen vermeiden? Gib die Faktoren und die Produkte an.

**Auf der Rückseite geht es weiter**

- d) Nun hopst das Männchen eine größere Treppe hinunter. Zunächst hopst es nur auf den Stufen, die du ganz rechts im Bild siehst, hinunter. Begründe, dass die letzte Ziffer in diesem Produkt 1 ist, ohne das Produkt auszurechnen.
- e) Notiere alle Wege, die das Männchen hopsen kann, um als Produkt die Zahl 24 871 zu erhalten.

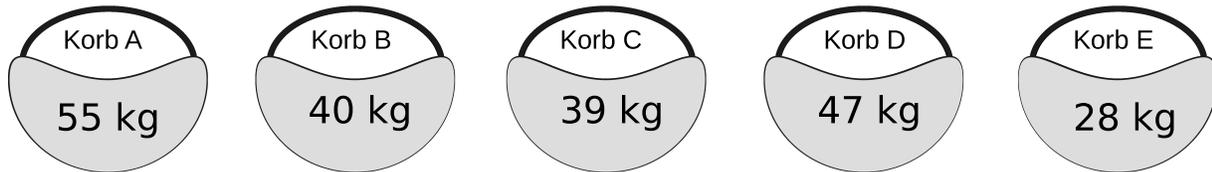


### Aufgabe 3:

Sophia, Niklas und Tim helfen den Großeltern bei der Obsternte. Heute müssen Äpfel, Birnen und Pflaumen geerntet werden. Jedes Kind sucht sich eine Obstsorte aus.

Am Abend wird das Obst gewogen, und die Kinder vergleichen ihre Ernteergebnisse.

Es wurden zwei Körbe mit Äpfeln, zwei Körbe mit Birnen und ein Korb mit Pflaumen geerntet.



Alle geernteten Äpfel zusammen sind genau doppelt so schwer wie die geernteten Pflaumen.

- a) Zeige, dass man aus diesen Angaben eindeutig feststellen kann, in welchen der Körbe sich die Äpfel, in welchen sich die Birnen und in welchem sich die Pflaumen befinden.

Die Großeltern wollen nun wissen, wer welche Obstsorte gepflückt hat. Dazu macht jedes Kind zwei Aussagen, von denen jeweils eine wahr und eine falsch ist.

Sophia:

- (1) Ich habe am meisten geerntet.
- (2) Ich habe insgesamt eine gerade Kilogrammanzahl geerntet.

Niklas:

- (3) Ich habe zwei Körbe voll geerntet.
- (4) Ich habe nicht am meisten geerntet.

Tim:

- (5) Ich habe am meisten geerntet.
- (6) Ich habe insgesamt eine durch 4 teilbare Kilogrammanzahl geerntet.

- b) Welches Kind hat welche Obstsorte geerntet?